

Séquence :
Déterminer les actions mécaniques
Principe Fondamental de la Statique (P.F.S)

Énoncé du principe

Un solide indéformable en équilibre sous l'action de n forces extérieures (\vec{F}_1 , \vec{F}_2 , ..., \vec{F}_n) reste en équilibre si :

1. Théorème de la Résultante Statique - TRS

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \vec{0}$$

2. Théorème du Moment Statique - TMS

Écriture vectorielle

$$\vec{M}_o = \vec{M}_o(\vec{F}_1) + \vec{M}_o(\vec{F}_2) + \dots + \vec{M}_o(\vec{F}_n) = \vec{0}$$

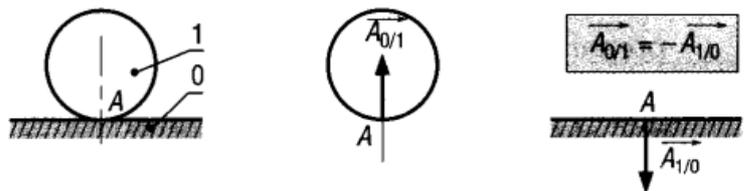
Écriture scalaire

$$M_o = M_o(\vec{F}_1) + M_o(\vec{F}_2) + \dots + M_o(\vec{F}_n) = 0$$

L'utilisation de l'écriture scalaire requière l'utilisation d'une convention de signe quant à son utilisation (vue dans le cours relatifs au calculs de moments)

Principe des actions mutuelles

Pour deux solides 0 et 1 en contact, l'action exercée par le solide 0 sur le solide 1 (notée $\vec{A}_{1/0}$) est égale et opposée à l'action exercée par le solide 1 sur le solide 0.



Principe de transmissibilité des forces en statique

L'équilibre, ou le mouvement d'un solide, reste inchangé si une force \vec{F} agissant en un point « I » est remplacé par une force \vec{F}' de même intensité, de même direction et de même sens, agissant en un point M appartenant à la ligne d'action de la force \vec{F} .



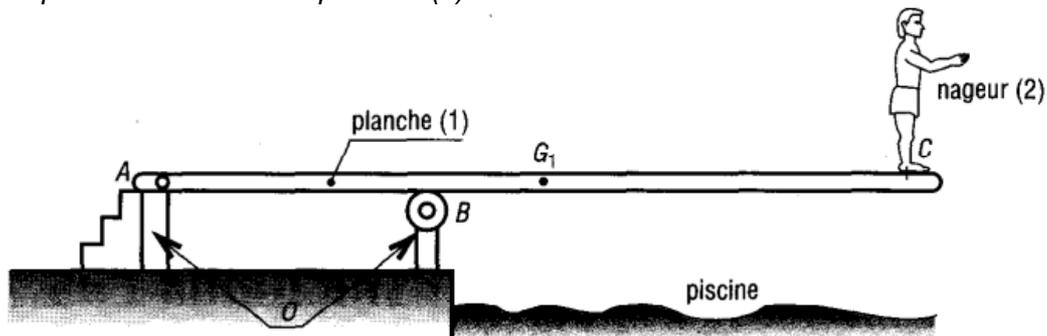
Méthodologie de résolution

L'objectif est de déterminer complètement les actions mécaniques exercées sur un solide appartenant à un mécanisme donné.

➤ Etape 1 : Isolement du solide et bilan des actions mécaniques B.A.M.E

Il s'agit ici de représenter le solide seul pour lequel on souhaite connaître les actions mécaniques en faisant apparaître les actions mécaniques possibles de contacts ou distantes.

Pour l'exemple nous isolerons la planche (1)

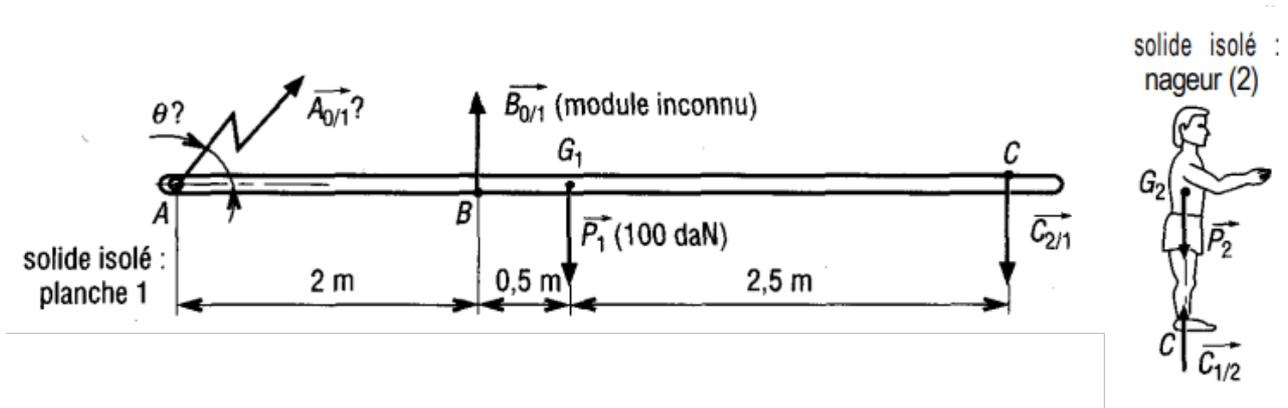


Pour réaliser correctement le bilan des actions mécaniques (B.A.M.E), il est conseillé de réaliser le **graphe des liaisons** et de définir le torseurs des actions mécaniques transmissibles.

Graphe des liaisons :

Définition des actions mécaniques transmissibles par les liaisons :

Nom de la liaison	Degrés de liberté D.L	Torseurs des actions mécaniques transmissibles en 3D	Torseurs des actions mécaniques transmissibles en 2D (problème plan)



La planche (1) supporte quatre actions en A, B, C et G, (centre de gravité) schématisées par les vecteurs forces $\vec{A}_{0/1}$, $\vec{B}_{0/1}$, $\vec{C}_{0/1}$ et \vec{P}_1 (poids de la planche).

Le nageur (2) est soumis à deux actions, son poids \vec{P}_2 en G_2 et $\vec{C}_{1/2}$ en C.

D'après le principe des actions mutuelles : $\vec{C}_{1/2} = -\vec{C}_{2/1}$

Application du principe fondamental de la statique PFS :

Une fois le B.A.M.E réalisé, on utilise le PFS pour déterminer les actions mécaniques inconnues (ici $\vec{A}_{0/1}$ et $\vec{B}_{0/1}$ avec $\vec{A}_{0/1} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$ et $\vec{B}_{0/1} \begin{pmatrix} 0 \\ B_y \end{pmatrix}$)

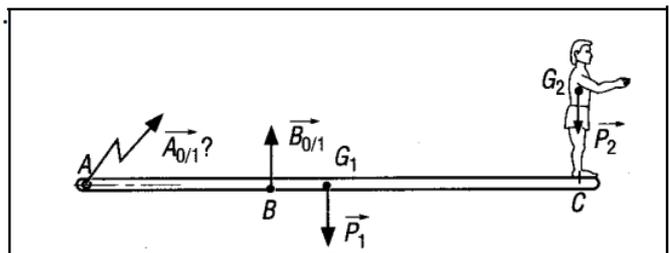
Cas des ensembles de solides

Dans le cas des ensembles de solides, les actions mutuelles exercées entre les solides de l'ensemble deviennent des efforts intérieurs et ne doivent pas être comptabilisées dans le nombre des actions extérieures. Le principe fondamental s'applique de la même manière.

Exemple : isolons l'ensemble planche + nageur de l'exemple du paragraphe précédent.

L'ensemble 1 + 2 supporte 4 actions extérieures : $\vec{A}_{0/1}$, $\vec{B}_{0/1}$, \vec{P}_1 et \vec{P}_2 .

Les actions mutuelles $\vec{C}_{1/2}$ et $\vec{C}_{2/1}$ deviennent des efforts intérieurs et ne sont pas prises en compte dans le bilan des actions extérieures et dans l'application du principe fondamental.



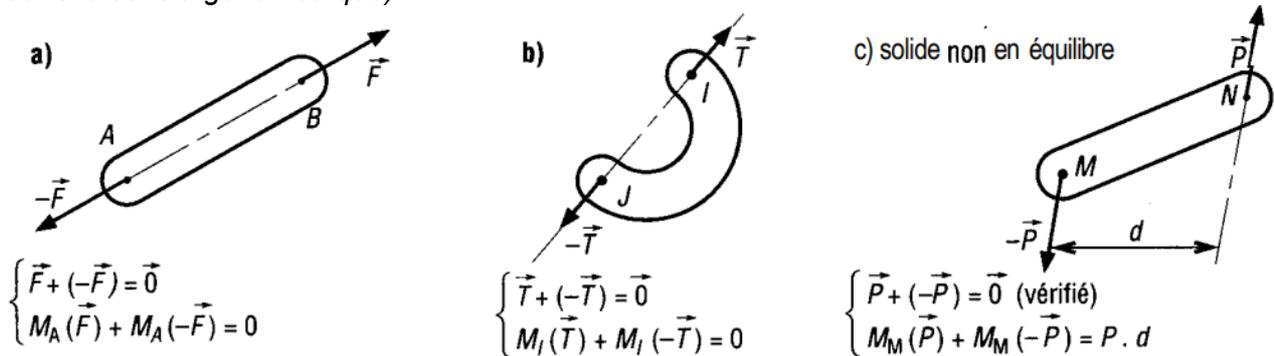
Equation d'équilibre

➤ Solide soumis à l'action de deux forces

Un solide soumis à l'action de deux forces reste en équilibre si les deux forces sont égales et opposées.

Exemples : l'équilibre du nageur donne $\vec{C}_{1/2} = -\vec{P}_2$, direction commune, la verticale passant par G. Les cas (a) et (b) de la figure ci-après montrent des cas d'équilibre sous l'action de deux forces.

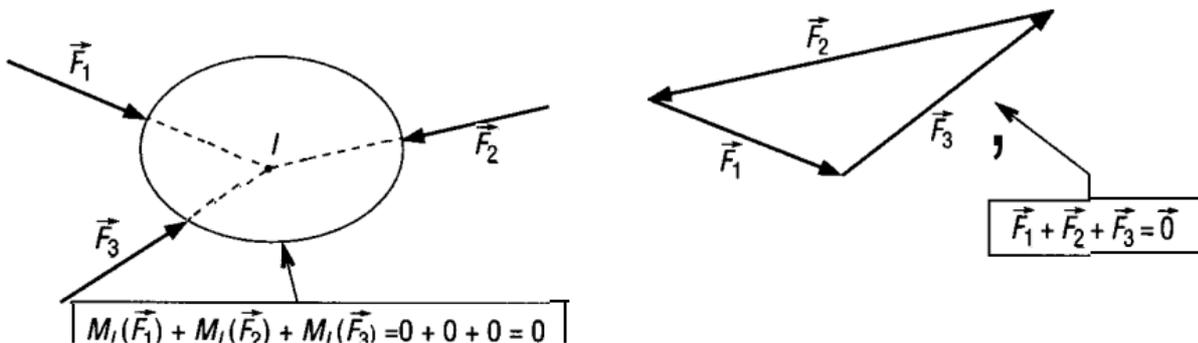
Dans le cas (c), l'équation de moment n'est pas vérifiée et il n'y a pas équilibre (le solide tourne dans le sens trigonométrique).



➤ Solide soumis à l'action de trois forces concourantes

Un solide soumis à l'action de trois forces reste en équilibre si

- ◆ les trois forces sont **concourantes** au même point
- ◆ **et** si la somme vectorielle des trois forces est nulle.



➤ Cas général

Ce qui a été montré pour un solide en équilibre soumis à trois forces peut être généralisé à plus de trois forces.

Schématisation et représentation des actions mécaniques

➤ Actions mécaniques à distance

Elles sont essentiellement de deux types :

- ◆ poids
- ◆ aimantation.

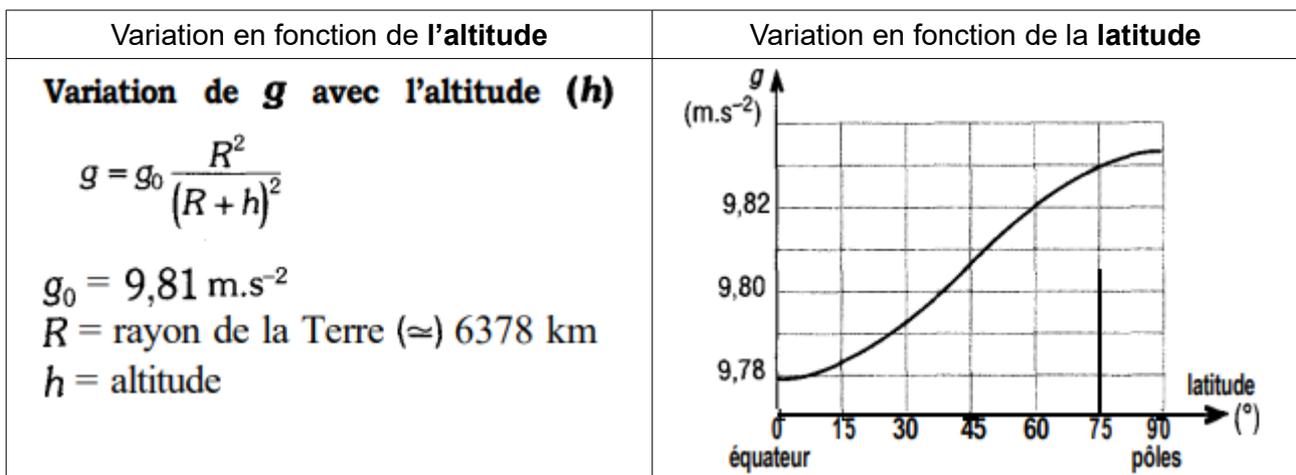
Rappels sur le vecteur-poids

Le poids d'un solide peut être représenté par un vecteur-force \vec{P} appelé vecteur-poids et ayant les caractéristiques suivantes :

- Point d'application : G le centre de gravité du corps.
- Direction : la verticale passant par G.
- Sens : vers le bas.
- Intensité ou module : $P = m.g$ avec

P = poids en Newton
 m = masse du solide en kilogramme
 $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ = accélération de la pesanteur ou attraction terrestre.

Remarque : la valeur de l'accélération de la pesanteur g est fonction de la **latitude** sur le globe terrestre (voir graphe ci-dessous) et de l'**altitude**.

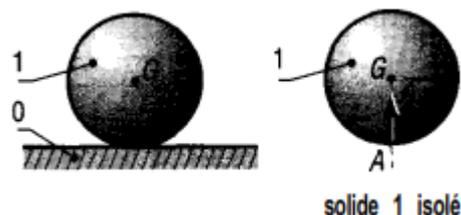


➤ Actions mécaniques de contact

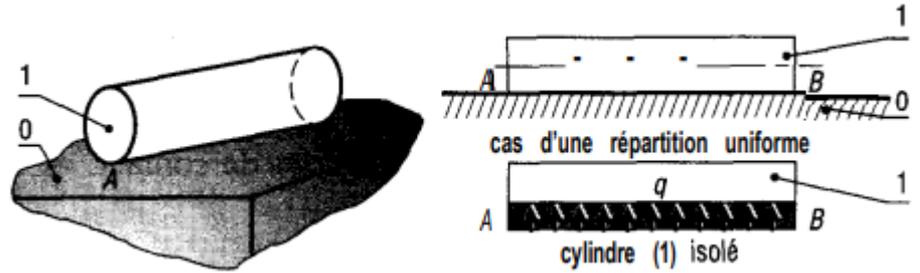
Les actions de contact se divisent en trois groupes :

- ◆ les actions ou charges concentrées ;
- ◆ les actions réparties sur une ligne ou charges linéiques ;
- ◆ les actions réparties sur une surface ou charges surfaciques.

a) **Actions ou charges concentrées**

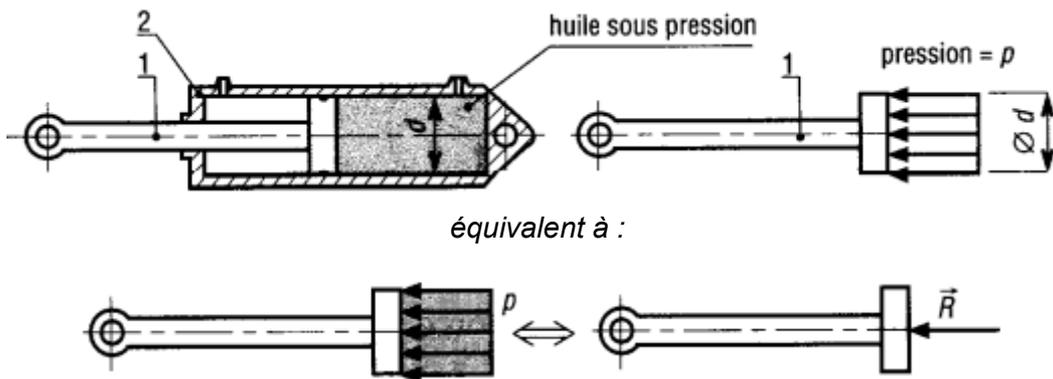


b) Actions réparties sur une ligne ou charges linéiques

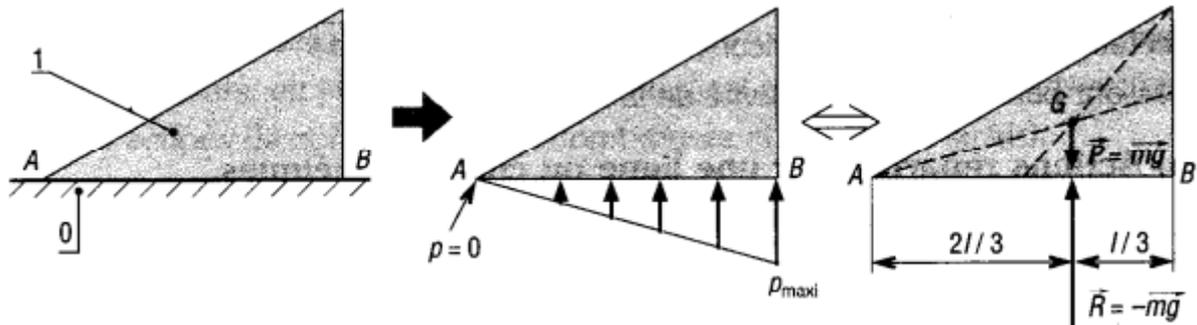


c) Actions réparties sur une surface ou pression de contact

Exemple 1 : action exercée par un fluide sous pression sur un piston de vérin.



Exemple 2 : action d'un plan horizontal (0) sur un prisme triangulaire (1).



d) Actions de contact exercées dans les liaisons mécaniques usuelles

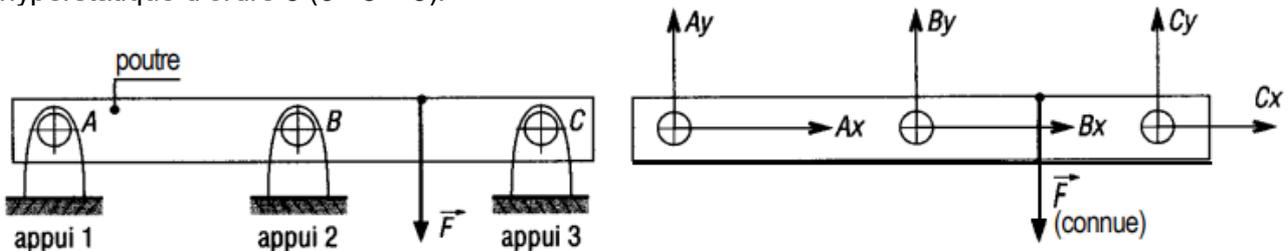
En statique plane, les liaisons entre solides se ramènent à quatre familles principales : appui simple, articulation ou pivot, glissière, encastrement.

Type de la liaison	Schémalisation usuelle	Action de contact entre 0 et 1	Exemples
Appui simple (1 inconnue)			
Articulation ou pivot (2 inconnues)			
Glissière (2 inconnues)			
Encastrement (3 inconnues)			

Problèmes hyperstatiques

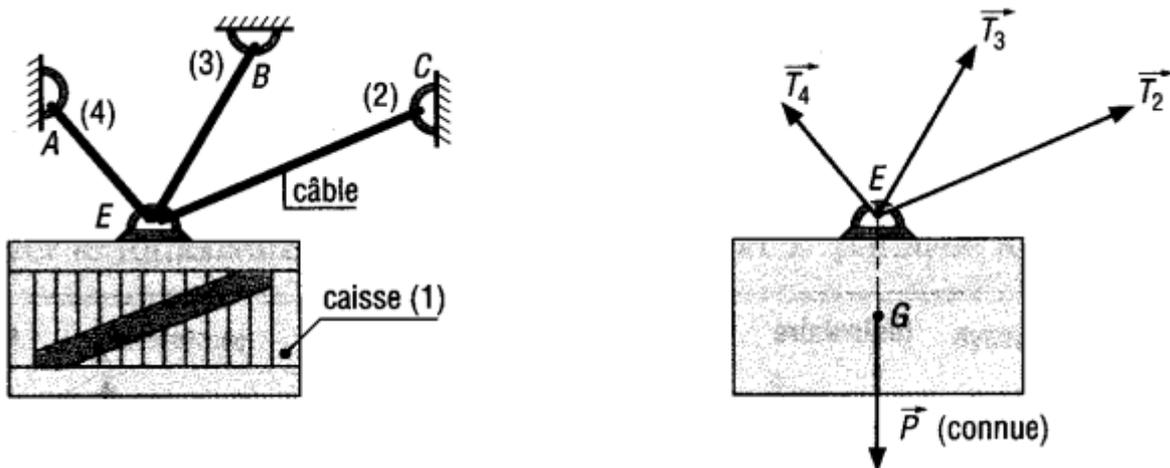
Un solide, ou un ensemble de solides, qui possède des appuis ou des liaisons surabondantes par rapport à ce qui est strictement nécessaire au maintien de l'équilibre, est dit statiquement indéterminable ou hyperstatique. Pour ces cas, les actions exercées ne peuvent pas être déterminées à partir des seules équations de la statique.

Exemple 1 : la poutre (ABC) est en appui sur trois articulations fixes A, B et C qui donnent au total six inconnues statiques. On ne dispose que de trois équations pour la résolution, le système est dit hyperstatique d'ordre 3 ($6 - 3 = 3$).

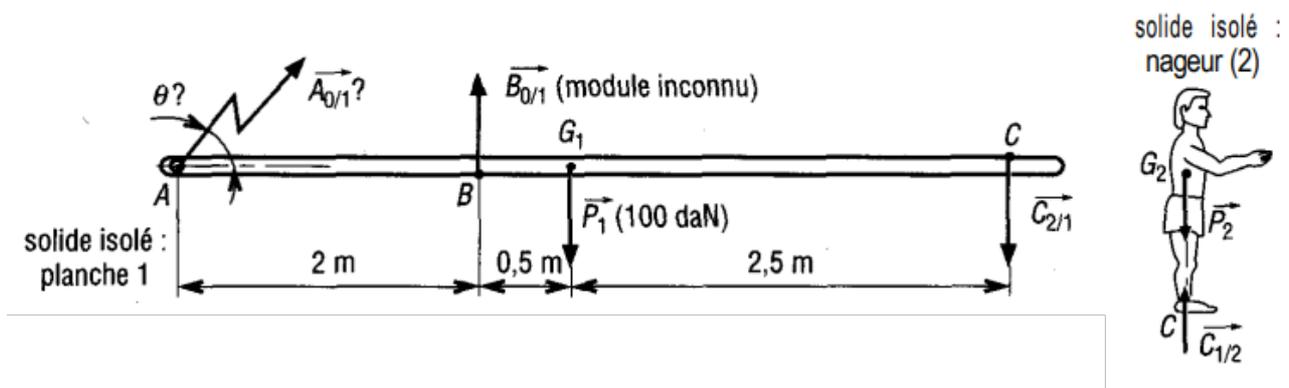


Exemple 2 : une caisse de poids \vec{P} connu est suspendue en A, B et C par l'intermédiaire de trois câbles (2) (3) et (4) de directions concourantes en E.

La résolution statique nous donne deux équations avec trois inconnues : $\vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{T}_3$, les tensions des câbles. Le système est dit hyperstatique d'ordre 1 ($3 - 2 = 1$)



Résolution de l'exercice du plongeur



Déterminer l'action i $\vec{A}_{0/1}$ (on prendra un nageur de masse $m_n=75$ kg)