| Document élève | Cours : Vérifier les performances cinématiques | Bac S SI |
|---|---|---|

La cinématique est l'étude des trajectoires, des vitesses et des accélérations.

Question sociétale : comment un smartphone peut-il calculer la distance parcourue par un marcheur à l'aide de l'application « podomètre » ?

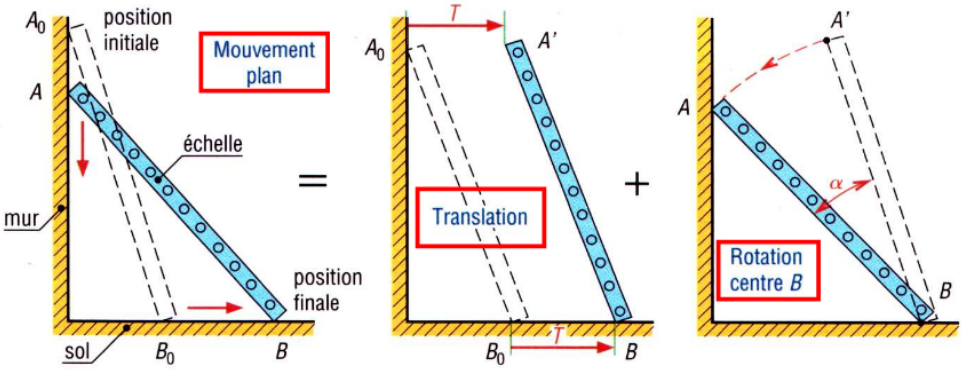
Remarque importante :
Les mouvement, les trajectoires, les positions, les vitesses et les accélérations sont des notions relatives, c'est à dire toujours par rapport à un référentiel (ou une pièce) donné.

## Principaux mouvements :

### 3 types de mouvement :

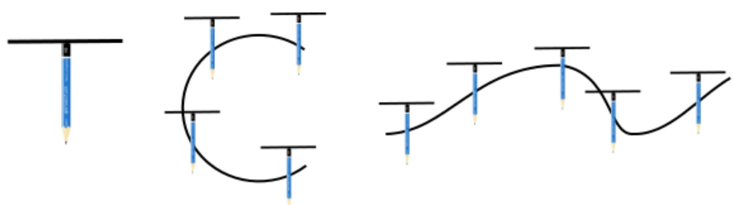
- translation :
  - rectiligne (une voiture en ligne droite) ;
  - circulaire ;
  - curviligne .
- Rotation (une voiture dans une courbe : rond point ou virage) ;
- Mouvement Plan (translation + rotation)

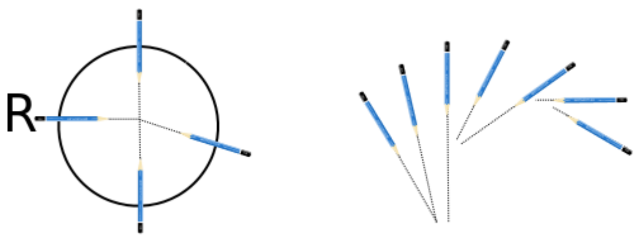
Comprendre les




mouvements avec EcLigne

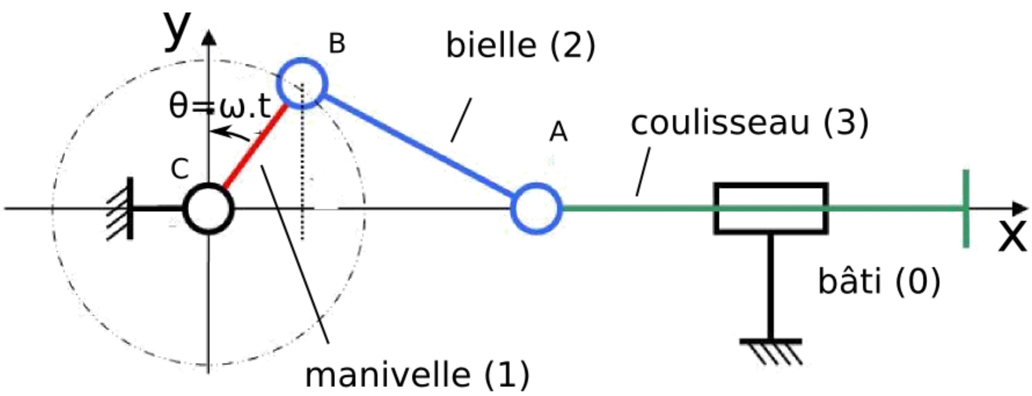
Astuces mnémotechniques : aider vous d'un crayon pour réaliser les différents types de mouvements.





## La bielle manivelle :

Le système bielle-manivelle est un système mécanique qui tire son nom des deux pièces mécaniques qui le caractérisent : la bielle et la manivelle. Ce dispositif réalise la transformation du mouvement linéaire alternatif de l'extrémité de la bielle en un mouvement de rotation continu disponible sur la manivelle et vice-versa.



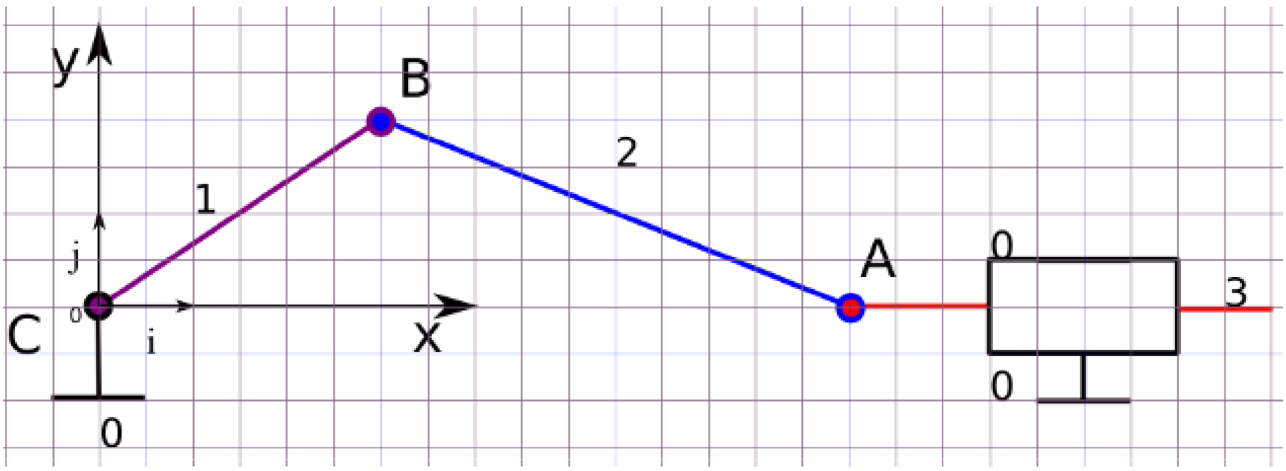

[Voir l'animation]

Pourquoi la bielle manivelle ?...parce que le mécanisme présente les trois types de mouvement.

- manivelle → Mvt 1/0 = Rotation (C, $\vec{z}$ ) ; Mvt 1/2 = Rotation (B, $\vec{z}$ )
- coulisseau → Mvt 3/1 = Translation (A, $\vec{x}$ ) ; Mvt 3/2 = Rotation (A, $\vec{z}$ )
- bielle → Mvt 2/0 = mouvement plan $(0, \vec{y}, \vec{z})$ ; Mvt 2/1 = Rotation (B, $\vec{z}$ )

Sur le mécanisme suivant, tracer les trajectoires et vitesses suivantes :

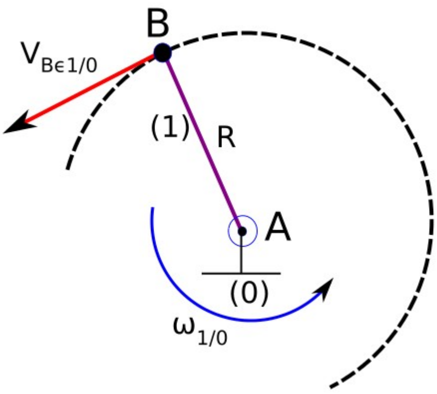
$T_{B1/0}$, $T_{B2/0}$, $T_{B2/1}$, $T_{A3/0}$, $T_{A3/2}$, $T_{A3/1}$, $T_{A2/1}$, $\overrightarrow{V_{B1/0}}$, $\overrightarrow{V_{A3/0}}$, $\overrightarrow{V_{A2/1}}$, $\overrightarrow{V_{B2/3}}$

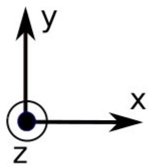


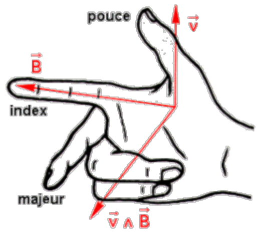

on retiendra que la vitesse concerne un point matériel (ex : centre de gravité G) et est une notion relative (ex : $V_{B1/0}$ )

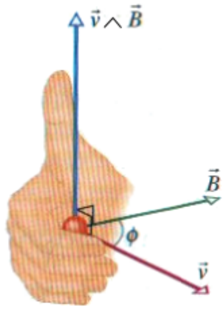
Comment calculer $V_{B1/0}$ ?

## Mvt de Rotation - Formule de base :










$$\overrightarrow{V_{B\in 1/0}} = \overrightarrow{\omega_{1/0}} \wedge \overrightarrow{AB} \quad \text{Avec} \quad \overrightarrow{AB} = \vec{R}$$

Soit $\|\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}\| = \|\overrightarrow{\omega_{1/0}}\| \cdot \|\overrightarrow{AB}\| \cdot \sin(\overrightarrow{\omega_{1/0}}, \overrightarrow{AB})$

ou plus simplement pour calculer la norme, si et seulement si

$\overrightarrow{\omega_{1/0}} \perp \vec{R}$

¿

il suffira d’utiliser la formule suivante : $V = \omega \cdot R$

Unités :

C'est à vous d’appliquer sur la bielle manivelle pour calculer la norme de $\overrightarrow{V_{B1/0}}$

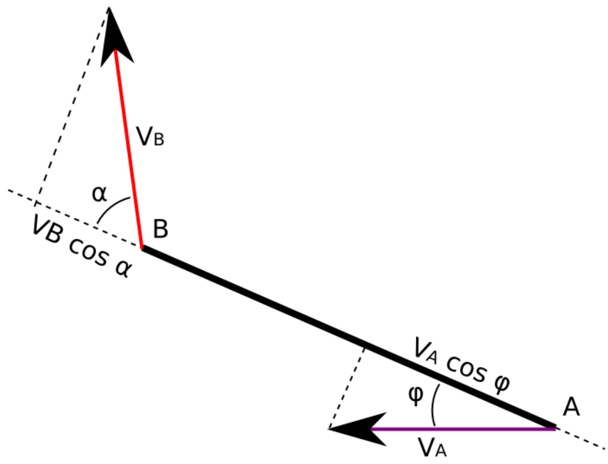
$(CB = R = \sqrt{13} \quad cm \quad et \quad \omega = 2\pi \quad rad \cdot s^{-1})$

*Calculer la norme de la manière la plus simple...*

Calculer la norme en passant par le calcul vectoriel…

Comment calculer la norme de $\overrightarrow{V_{A3/0}}$ ?

Mvt Plan – Formule de base :




$$\boxed{\vec{V}_B \cdot \overrightarrow{AB} = \vec{V}_A \cdot \overrightarrow{AB} \quad \Rightarrow \quad V_B \cdot \cos\alpha = V_A \cdot \cos\phi}$$

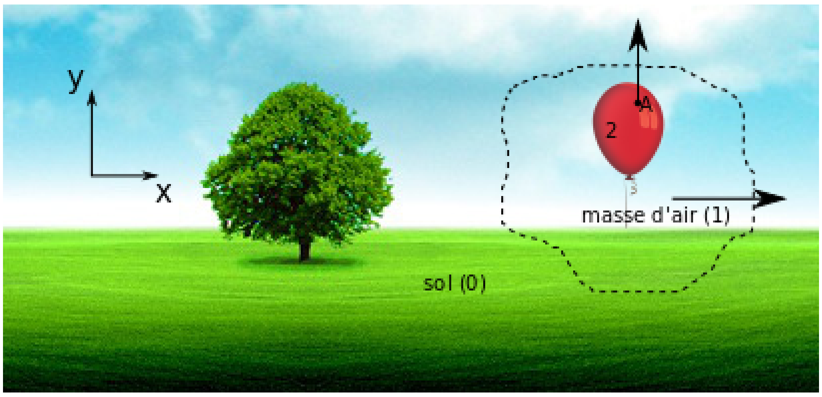
C'est à vous… !

Calculer la norme de $\overrightarrow{V_{A3/0}}$ connaissant $\|\overrightarrow{V_{B1/0}}\|,\ \alpha=34{,}3°\ \ et\ \ \phi=21{,}8°$

## Composition de vitesses

Un ballon (2) monte verticalement à la vitesse de $V_{A\in 2/1}=1 \ m\cdot s$ . La masse d'air (1) entourant le ballon se déplace horizontalement à la vitesse $V_{A\in 1/0}=3 \ m\cdot s$ .

Quelle est la vitesse du ballon par rapport au sol $V_{A\in 2/0}$ ?




### Composition de vitesses en translation – Formule de base :

$$\boxed{\overrightarrow{V_{A\,2/0}}=\overrightarrow{V_{A\,2/1}}+\overrightarrow{V_{A\,1/0}}}$$

Attention : il s’agit d’une relation vectorielle ! La somme scalaire n’est pas possible sauf cas particulier.

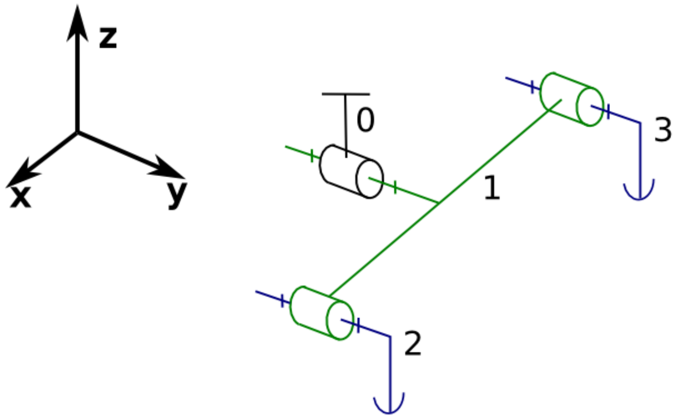
C'est à vous… !

**Attention :** $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}=-\overrightarrow{V_{A\in 0/1}} \ etc$

Soit le manège Maxximum à double nacelles.

Le bras (1) tourne à $\omega_{1/0}=0{,}3 \ \ rad\cdot s^{-1}$ selon $\vec{y}$ par rapport au bâti (0) et la nacelle (2) à $\omega_{2/1}=-0{,}5 \ \ rad\cdot s^{-1}$ selon $\vec{y}$ par au bras (1).

Quelle est la vitesse de rotation de la nacelle 2 par rapport au bâti (0) ? $\omega_{2/0}$




## Composition de vitesses en rotation – Formule de base :

$$\boxed{\overrightarrow{\omega_{2/0}}=\overrightarrow{\omega_{2/1}}+\overrightarrow{\omega_{1/0}}}$$

C'est à vous… !

**Attention :** $\overrightarrow{\omega_{1/0}}=-\overrightarrow{\omega_{0/1}}$

## Équations horaires et trajectoires

la **trajectoire** est la ligne décrite par n'importe quel point d'un objet en mouvement, et notamment par son centre de gravité.

L'**équation horaire** est l'équation mathématique de la position, de la vitesse ou de l'accélération **en fonction du temps**.

Un avion atterrit à St Martin avec une vitesse de 90km.h$^{-1}$ lors du contact avec le sol.

Quelle distance l'avion parcourt-il pour s'arrêter si la décélération est de 3 m.s$^{-2}$ et quelle est sa vitesse 10 s après le contact avec le sol ?


Rappels mathématiques :

$$f(x)=a \xrightarrow{\int \dots dx} a\cdot x+C_1 \xrightarrow{\int \dots dx} \frac{1}{2}a\cdot x^2+C_1\cdot x+C_2$$

$$f(x)=a \xleftarrow{\frac{d\dots}{dx}} a\cdot x+C_1 \xleftarrow{\frac{d\dots}{dx}} \frac{1}{2}a\cdot x^2+C_1\cdot x+C_2$$

Réaliser l'intégrale d'une fonction correspond à trouver l'aire sous-tendue à la fonction.

$$y=f(x)$$

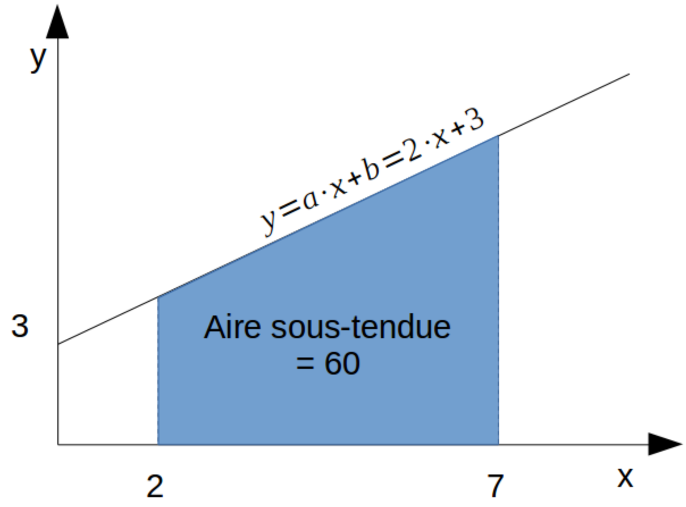
$$\int f(x)\cdot dx=F(x)$$

$$\int_a^b f(x)\cdot dx=[F(x)]_b^a=F(x=a)-F(x=b)$$

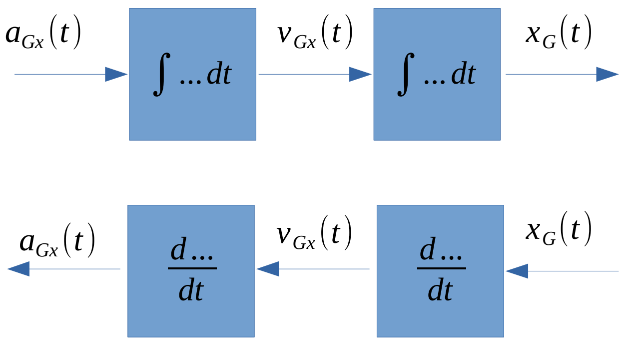
$$y=f(x)=2\cdot x+3$$

$$\int (2\cdot x+3)dx=x^2+3\cdot x$$

$$\int_2^7 (2\cdot x+3)dx=[x^2+3\cdot x]_2^7=[7^2+3\cdot 7]-[2^2+3\cdot 2]=60$$



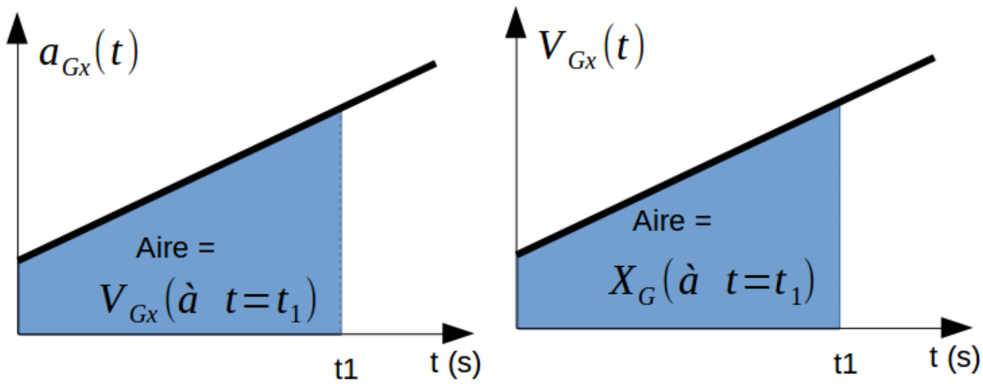
## Concept de base :




En définitive :

L'aire sous-tendue à $a_{Gx}(t)$ à l'instant t1 correspond à la vitesse atteinte à l'instant t1.

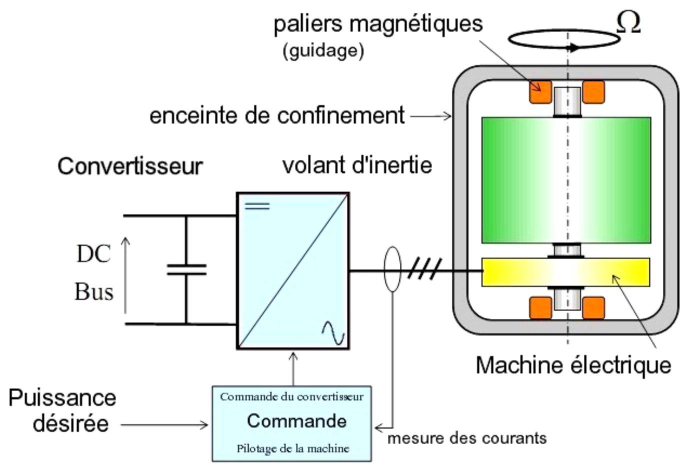
L'aire sous-tendue à $V_{Gx}(t)$ à l'instant t1 correspond à la position atteinte à l'instant t1.



## Équations horaires pour une accélération CONSTANTE

| En translation | En rotation |
|---|---|
| $a(t)=constante$<br>$v(t)=a\cdot t+v_0$<br>$x(t)=\frac{1}{2}a\cdot t^2+v_0\cdot t+x_0$ | $\alpha(t)=constante$<br>$\omega(t)=\alpha\cdot t+\omega_0$<br>$\theta(t)=\frac{1}{2}\alpha\cdot t^2+\omega_0\cdot t+\theta_0$ |
| Relations accélération, vitesse et position (le temps n'intervient pas) | |
| $v^2=v_0{}^2+2a(x-x_0)$ | $\omega^2=\omega_0{}^2+2\alpha(\theta-\theta_0)$ |

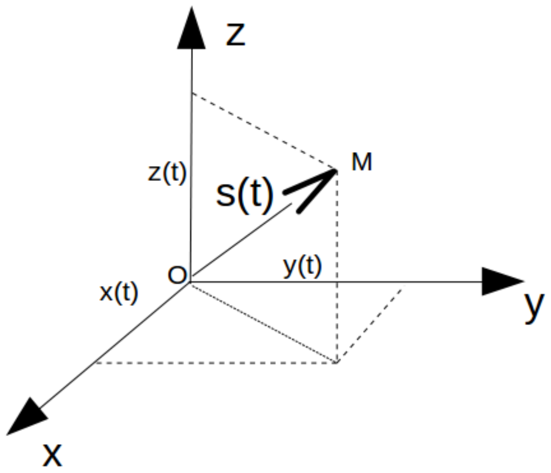

Déterminer le temps nécessaire pour atteindre 300 km.h$^{-1}$ ainsi que la distance parcourue lorsque le train atteint cette vitesse.




Le volant d'inertie initialement à la vitesse de 190 rad.s$^{-1}$ subit une accélération de 4 rad.s². Quelle vitesse atteindra t-il au bout de 10 secondes en supposant l'accélération constante ?

## Équations horaires en translation dans l'espace à 3 dimensions

Un objet est susceptible de se déplacer dans un espace à 3 dimensions et pas seulement selon une seule direction !




$$\overline{OM}(t)=\vec{s}(t)=\vec{x}(t)+\vec{y}(t)+\vec{z}(t)$$

les vecteurs positions $s(t)$ , vitesse et accélérations peuvent s'écrire en fonction des composantes :

$$\overrightarrow{s(t)}\begin{matrix}x(t)\\y(t)\\z(t)\end{matrix}\qquad\overrightarrow{v(t)}\begin{matrix}v_x(t)\\v_y(t)\\v_z(t)\end{matrix}\qquad\overrightarrow{a(t)}\begin{matrix}a_x(t)\\a_y(t)\\a_z(t)\end{matrix}$$

avec $x(t)=\frac{1}{2}a_x\cdot t^2+v_x\cdot t+x_0$

$$y(t)=\frac{1}{2}a_y\cdot t^2+v_y\cdot t+y_0$$

$$z(t)=\frac{1}{2}a_z\cdot t^2+v_z\cdot t+z_0$$

La norme de $\vec{s}(t)$ à un instant « t » se calcule de la manière suivante :

$$\|\vec{s}(t)\|=\sqrt{(x^2(t)+y^2(t)+z^2(t))}$$

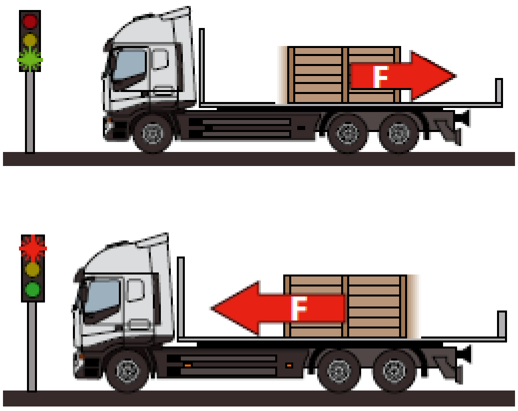
La norme de $\vec{v}(t)$ à un instant « t » se calcule de la manière suivante :

$$\|\vec{v}(t)\|=\sqrt{v_x{}^2(t)+v_y{}^2(t)+v_z{}^2(t)}$$

La norme de $\vec{a}(t)$ à un instant « t » se calcule de la manière suivante :

$$\|\vec{a}(t)\|=\sqrt{a_x{}^2(t)+a_y{}^2(t)+a_z{}^2(t)}$$

## Accélération subie par les objets en rotation




Vous avez tous constaté que nous ressentons toujours une force opposée à l'accélération ! En translation, lorsque la voiture accélère, vous sommes plaqué au siège et lorsqu'elle freine, nous sommes propulsé vers l'avant ! (il y a donc une force qui nous « pousse » dans le sens opposée à l'accélération).

Cette force se nomme « Force d'inertie » et vaut : $\vec{F_i} = -m \cdot \vec{a}$
Toutes les masses sont concernées à l'image de cette caisse sur le plateau du camion.

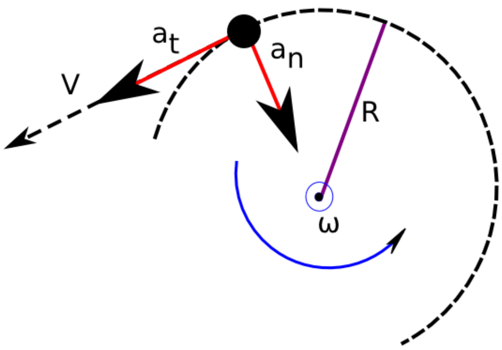
Avez-vous remarqué qu'en voiture dans un rond point vous êtes propulsé vers l'extérieur malgré que la vitesse soit constante (pas d'accélération *a priori*) ? Cela présage t-il d'une accélération… ? Eh oui ! Il s'agit de accélération centripète !

**Note :** « pète » que est attiré par..
« fuge » qui est repoussé par … ou qui fuit.

Accélération centripète : accélération dirigée vers le centre de rotation
« Force centrifuge » : force qui tend à écarter les masses du centre.

Prenons le cas d'une fronde (figure ci-contre) !

Observons la fronde de dessus :




avec :

| Accélération tangentielle | Accélération normale (centripète) |
|---|---|
| $a_t = \alpha \cdot R$ | $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R$ |

Rappel : V est liée à $\omega$ par la relation $v = \omega \cdot R$

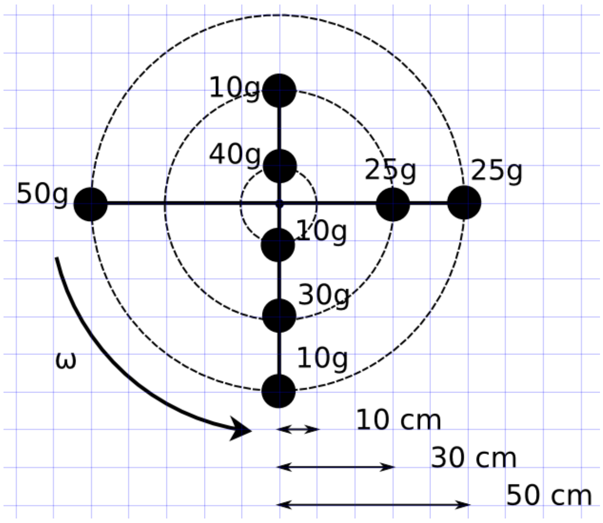
On constate qu'à vitesse constante (V constante donc $\omega$ constant) $a_t = 0$ MAIS pas $a_n$ !

Il existe donc une accélération normale même à vitesse constante. Dans le rond point on ressent donc la force d'inertie (appelée par abus de langage « force centrifuge ») qui vaut $\vec{F_i} = -m \cdot \vec{a_n}$

Remarque : c'est ce principe qui est utilisé pour les entraînements des pilotes de chasse. Cliquer sur ce lien

C'est à vous… !

Déterminer la résultante des forces sur l'axe de rotation $(\omega = 10 \quad rad \cdot s^{-1})$




## Réponses aux questions aux quelles nous n'avons pas répondu :

Question sociétale de début du présent document :

Avion qui atterri à St Martin :