

La cinématique est l'étude des trajectoires, des vitesses et des accélérations.

Question sociétale : comment un smartphone peut-il calculer la distance parcourue par un marcheur à l'aide de l'application « podomètre » ?

Remarque importante :

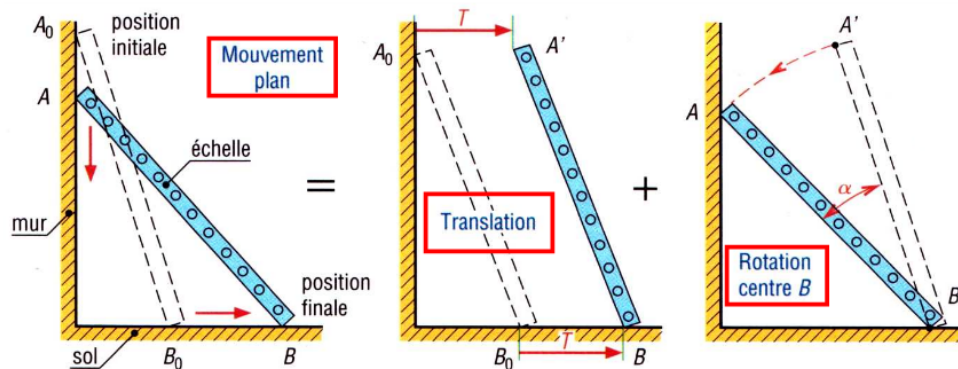
Les mouvement, les trajectoires, les positions, les vitesses et les accélérations sont des notions relatives, c'est à dire toujours par rapport à un référentiel (ou une pièce) donné.

Principaux mouvements :

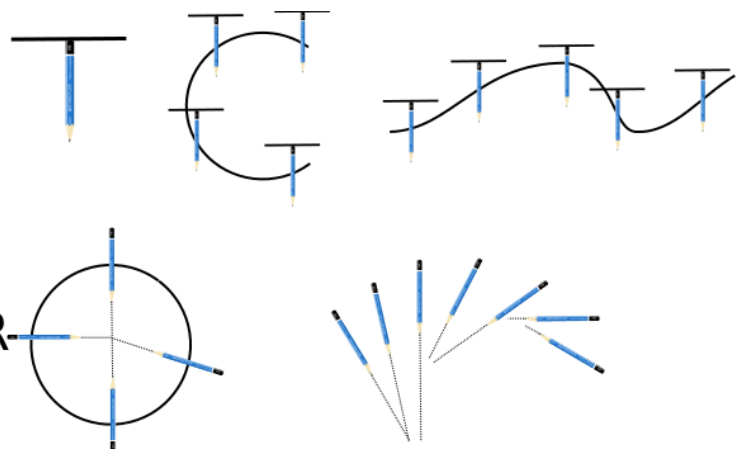
3 types de mouvement :

- translation :
 - rectiligne (une voiture en ligne droite) ;
 - circulaire ;
 - curviligne .
- Rotation (une voiture dans une courbe : rond point ou virage) ;
- Mouvement Plan (translation + rotation)

Compre
dre les



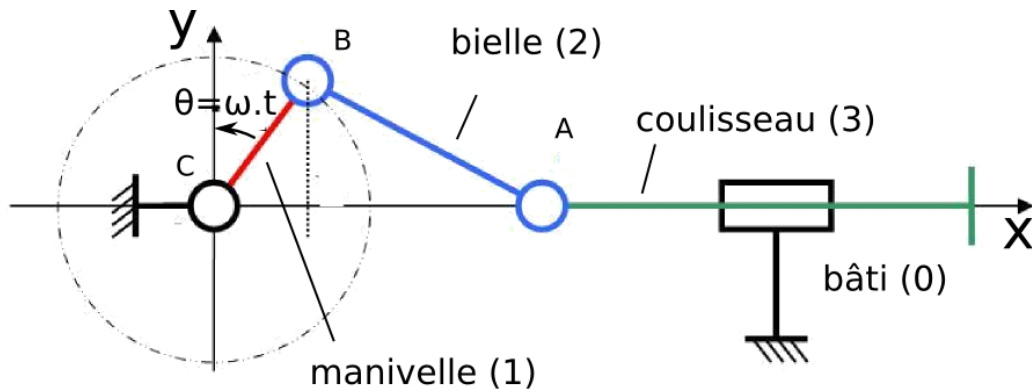
mouvements avec EcLigne



Astuces mnémotechniques : aider vous d'un crayon pour réaliser les différents types de mouvements.

La bielle manivelle :

Le système bielle-manivelle est un système mécanique qui tire son nom des deux pièces mécaniques qui le caractérisent : la bielle et la manivelle. Ce dispositif réalise la transformation du mouvement linéaire alternatif de l'extrémité de la bielle en un mouvement de rotation continu disponible sur la manivelle et vice-versa.



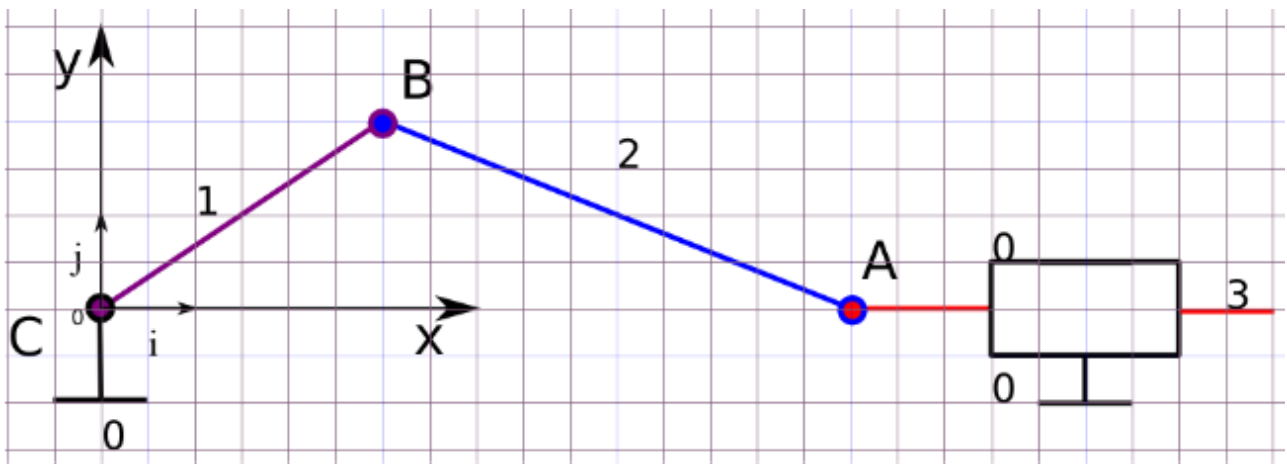
[Voir l'animation](#)

Pourquoi la bielle manivelle ?...parce que le mécanisme présente les trois types de mouvement.

- ...
- ...
- ...

Sur le mécanisme suivant, tracer les trajectoires et vitesses suivantes :

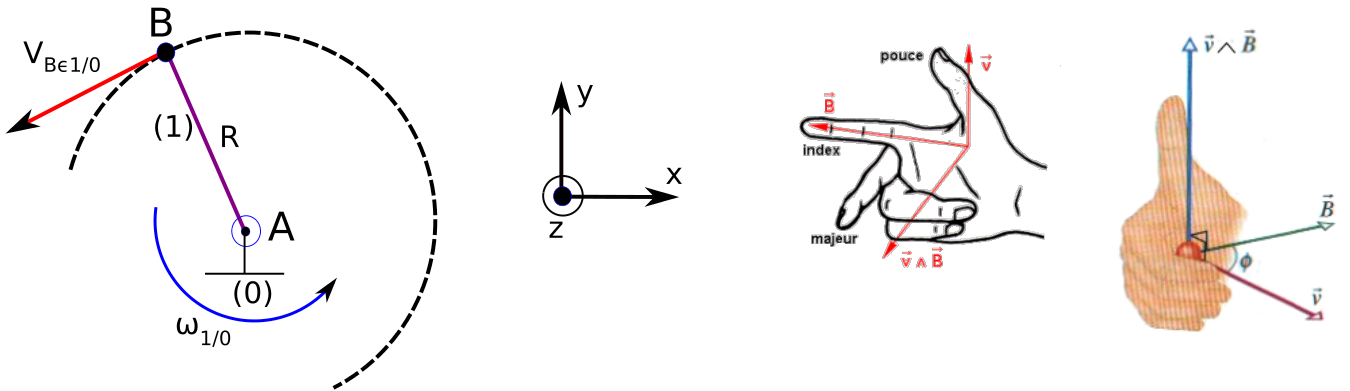
$$T_{B1/0}, T_{B2/0}, T_{B2/1}, T_{A3/0}, T_{A3/2}, T_{A3/1}, T_{A2/1}, \vec{V}_{B1/0}, \vec{V}_{A3/0}, \vec{V}_{A2/1}, \vec{V}_{B2/3}$$



on retiendra que la vitesse concerne un point matériel (ex : centre de gravité G) et est une notion relative (ex : $\vec{V}_{B \in 1/0}$)

Comment calculer $V_{B \in 1/0}$?

Mvt de Rotation - Formule de base :



$$\vec{V}_{B \in 1/0} = \vec{\omega}_{1/0} \wedge \vec{AB} \quad \text{Avec} \quad \vec{AB} = \vec{R}$$

$$\text{Soit} \quad \|\vec{V}_{B \in 1/0}\| = \|\vec{\omega}_{1/0}\| \cdot \|\vec{AB}\| \cdot \sin(\vec{\omega}_{1/0}, \vec{AB})$$

ou plus simplement pour calculer la norme, si et seulement si

il suffira d'utiliser la formule suivante :

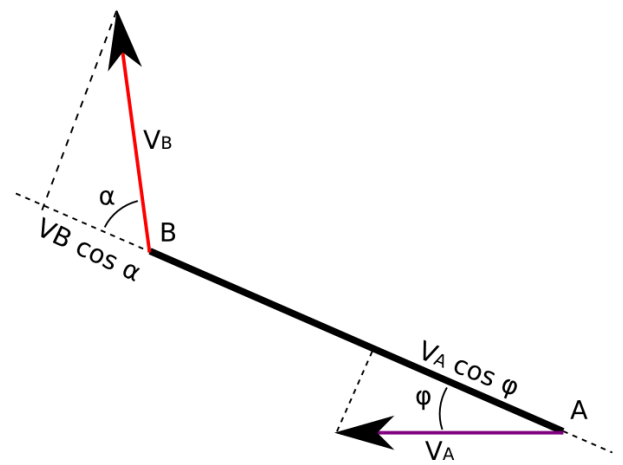
C'est à vous d'appliquer sur la bielle manivelle pour calculer la norme de $\vec{V}_{B1/0}$
 ($CB=R=\sqrt{13} \text{ cm}$ et $\omega=2\pi \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$)

Calculer la norme de la manière la plus simple...

Calculer la norme en passant par le calcul vectoriel...

Comment calculer la norme de $\vec{V}_{A3/0}$?

Mvt Plan – Formule de base :



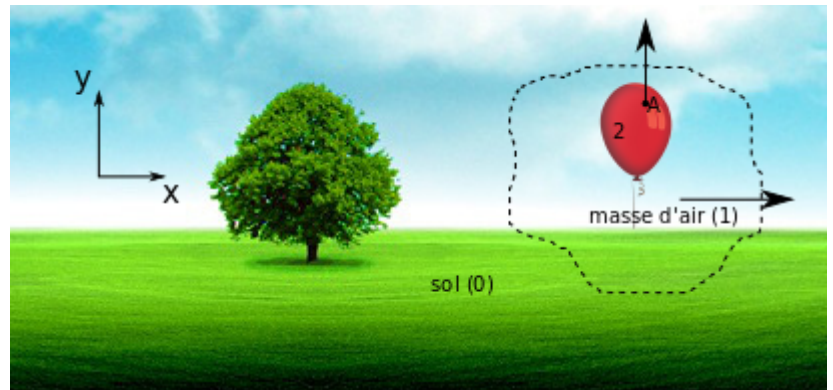
C'est à vous... !

Calculer la norme de $\vec{V}_{A3/0}$ connaissant $\|\vec{V}_{B1/0}\|$, $\alpha=34,3^\circ$ et $\phi=21,8^\circ$

Composition de vitesses

Un ballon (2) monte verticalement à la vitesse de $V_{A \in 2/1} = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La masse d'air (1) entourant le ballon se déplace horizontalement à la vitesse $V_{A \in 1/0} = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Quelle est la vitesse du ballon par rapport au sol $V_{A \in 2/0}$?



Composition de vitesses en translation – Formule de base :



Attention : il s'agit d'une relation vectorielle ! La somme scalaire n'est pas possible sauf cas particulier.

C'est à vous... !

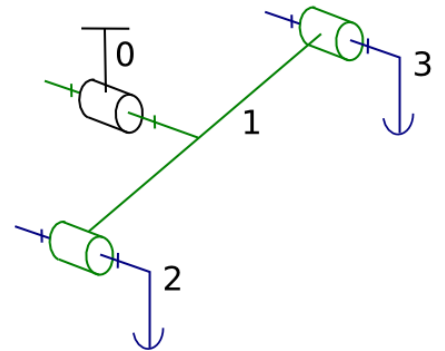
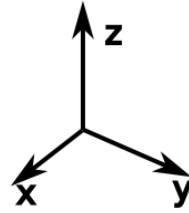
Attention : $\vec{V}_{A \in 1/0} = -\vec{V}_{A \in 0/1}$ etc

Soit le manège Maximum à double nacelles.

Le bras (1) tourne à $\omega_{1/0} = 0,3 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ selon \vec{y} par rapport au bâti (0) et la nacelle (2) à

$\omega_{2/1} = -0,5 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ selon \vec{y} par au bras (1).

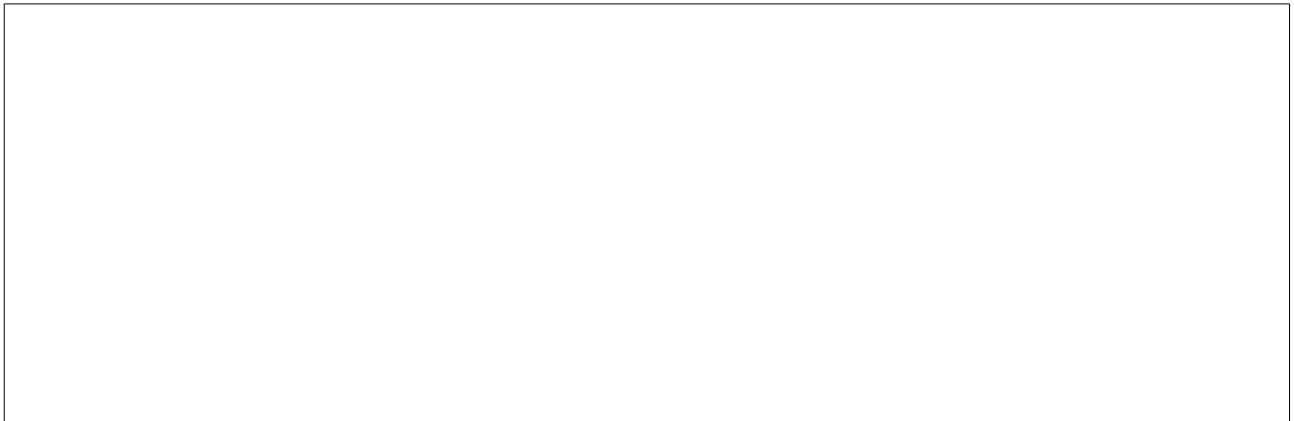
Quelle est la vitesse de rotation de la nacelle 2 par rapport au bâti (0) ? $\omega_{2/0}$



Composition de vitesses en rotation – Formule de base :



C'est à vous... !



Attention : $\vec{\omega}_{1/0} = -\vec{\omega}_{0/1}$

Équations horaires et trajectoires

la **trajectoire** est la ligne décrite par n'importe quel point d'un objet en mouvement, et notamment par son centre de gravité.

L'**équation horaire** est l'équation mathématique de la position, de la vitesse ou de l'accélération **en fonction du temps**.

Un avion atterrit à St Martin avec une vitesse de $90\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ lors du contact avec le sol.

Quelle distance l'avion parcourt-il pour s'arrêter si la décélération est de $3\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ et quelle est sa vitesse 10 s après le contact avec le sol ?



Rappels mathématiques :

$$f(x)=a \quad \xrightarrow{\int \dots dx} \quad a \cdot x + C_1 \quad \xrightarrow{\int \dots dx} \quad \frac{1}{2} a \cdot x^2 + C_1 \cdot x + C_2$$

$$f(x)=a \quad \xleftarrow{\frac{d\dots}{dx}} \quad a \cdot x + C_1 \quad \xleftarrow{\frac{d\dots}{dx}} \quad \frac{1}{2} a \cdot x^2 + C_1 \cdot x + C_2$$

Réaliser l'intégrale d'une fonction correspond à trouver l'aire sous-tendue à la fonction.

$$y = f(x)$$

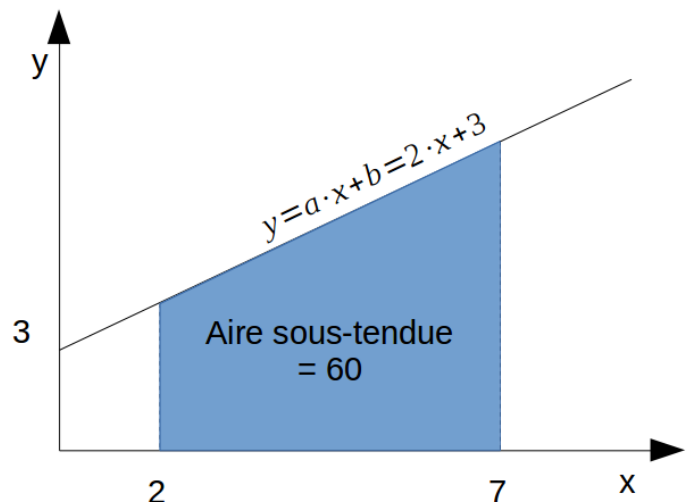
$$\int f(x) \cdot dx = F(x)$$

$$\int_a^b f(x) \cdot dx = [F(x)]_a^b = F(x=a) - F(x=b)$$

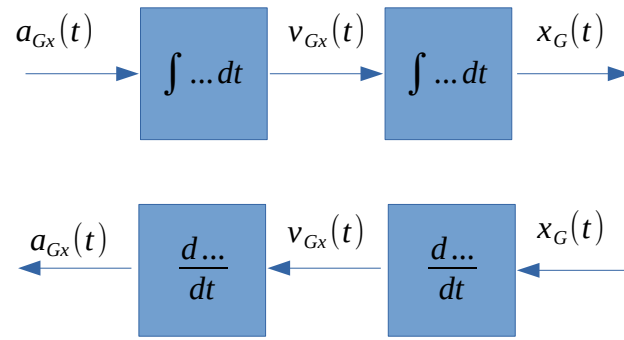
$$y = f(x) = 2 \cdot x + 3$$

$$\int (2 \cdot x + 3) dx = x^2 + 3 \cdot x$$

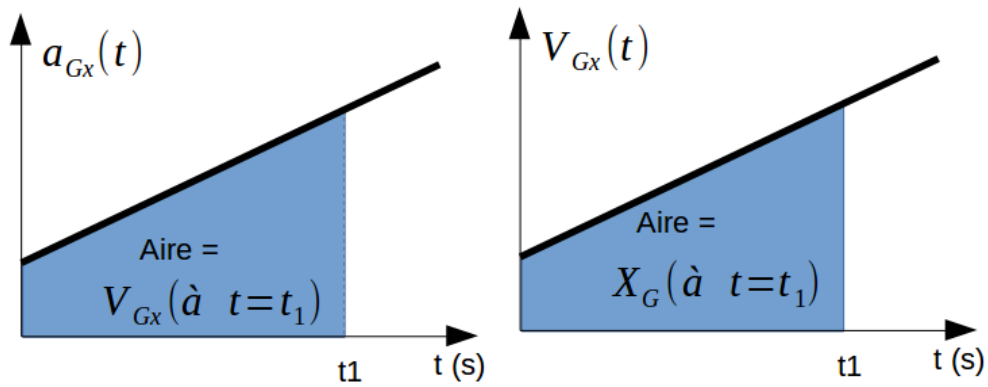
$$\int_2^7 (2 \cdot x + 3) dx = [x^2 + 3 \cdot x]_2^7 = [7^2 + 3 \cdot 7] - [2^2 + 3 \cdot 2] = 60$$



Concept de base :

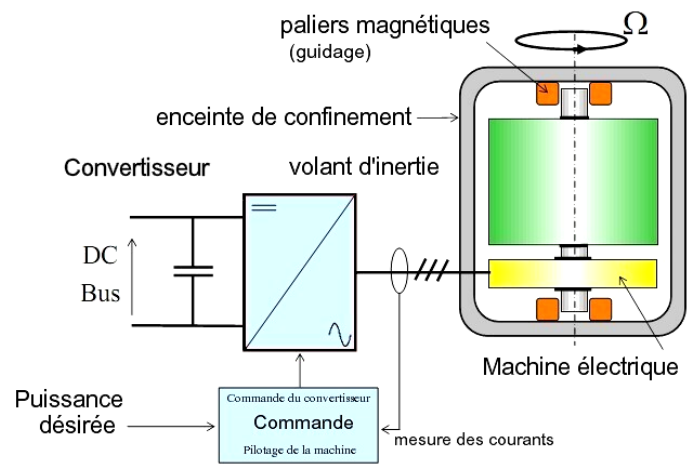
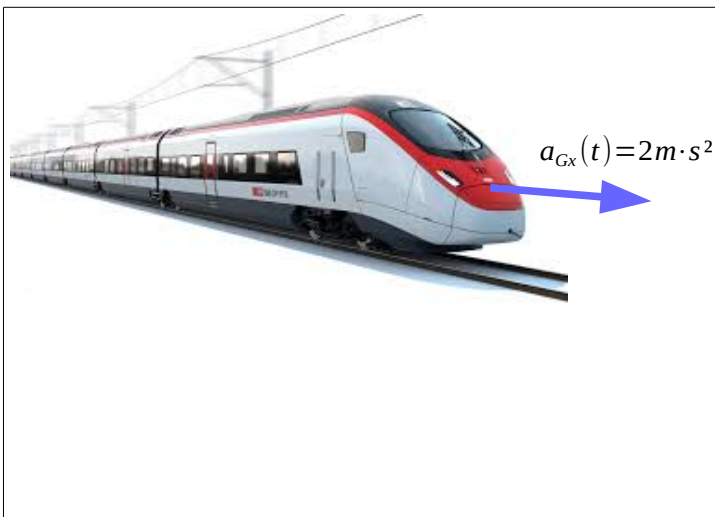


En définitive :



Équations horaires pour une accélération CONSTANTE

En translation	En rotation
Relations accélération, vitesse et position (le temps n'intervient pas)	
$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$

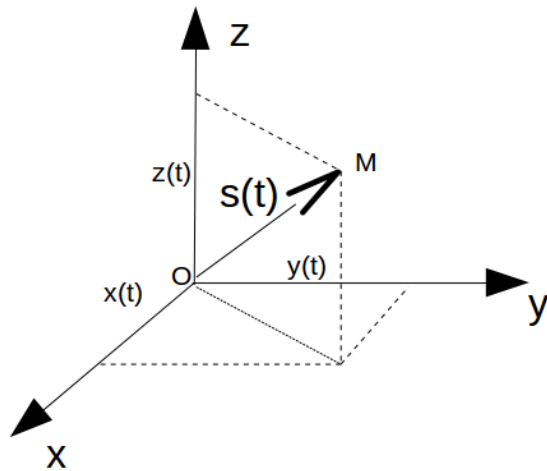


Déterminer le temps nécessaire pour atteindre $300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ainsi que la distance parcourue lorsque le train atteint cette vitesse.

Le volant d'inertie initialement à la vitesse de $190 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ subit une accélération de $4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$. Quelle vitesse atteindra-t-il au bout de 10 secondes en supposant l'accélération constante ?

Équations horaires en translation dans l'espace à 3 dimensions

Un objet est susceptible de se déplacer dans un espace à 3 dimensions et pas seulement selon une seule direction !



$$\overline{OM}(t) = \vec{s}(t) = \vec{x}(t) + \vec{y}(t) + \vec{z}(t)$$

les vecteurs positions $\vec{s}(t)$, vitesse et accélérations peuvent s'écrire en fonction des composantes :

avec

$$x(t) = \frac{1}{2} a_x \cdot t^2 + v_x \cdot t + x_0$$

$$y(t) = \frac{1}{2} a_y \cdot t^2 + v_y \cdot t + y_0$$

$$z(t) = \frac{1}{2} a_z \cdot t^2 + v_z \cdot t + z_0$$

La norme de $\vec{s}(t)$ à un instant « t » se calcule de la manière suivante :

La norme de $\vec{v}(t)$ à un instant « t » se calcule de la manière suivante :

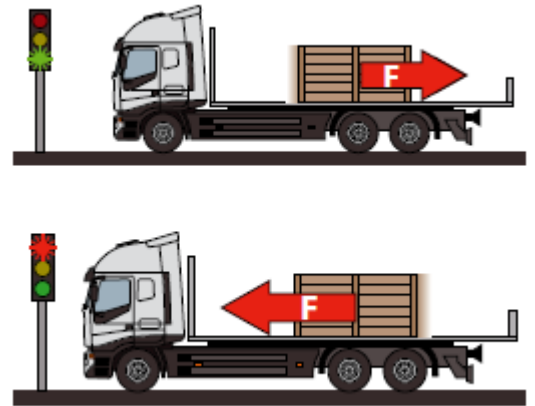
La norme de $\vec{a}(t)$ à un instant « t » se calcule de la manière suivante :

Accélération subie par les objets en rotation

Vous avez tous constaté que nous ressentons toujours une force opposée à l'accélération ! En translation, lorsque la voiture accélère, vous sommes plaqué au siège et lorsqu'elle freine, nous sommes propulsé vers l'avant ! (il y a donc une force qui nous « pousse » dans le sens opposé à l'accélération).

Cette force se nomme « Force d'inertie » et vaut : $\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}$
Toutes les masses sont concernées à l'image de cette caisse sur le plateau du camion.

Avez-vous remarqué qu'en voiture dans un rond point vous êtes propulsé vers l'extérieur malgré que la vitesse soit constante (pas d'accélération *a priori*) ? Cela présage t-il d'une accélération... ? Eh oui ! Il s'agit de accélération centripète !

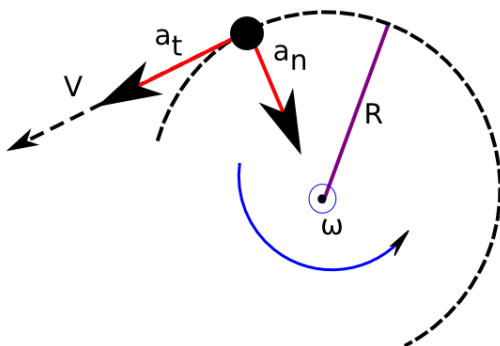


Note : « pète » que est attiré par..
« fuge » qui est repoussé par ... ou qui fuit.

Accélération centripète : accélération dirigée vers le centre de rotation
« Force centrifuge » : force qui tend à écarter les masses du centre.

Prenons le cas d'une fronde (figure ci-contre) !

Observons la fronde de dessus :



avec :

Accélération tangentielle	Accélération normale (centripète)

Rappel : v est liée à ω par la relation $v = \omega \cdot R$

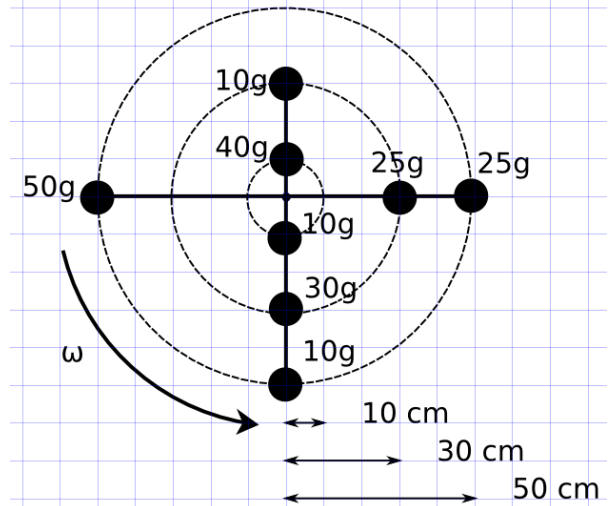
On constate qu'à vitesse constante (v constante donc ω constant) $a_t = 0$ MAIS pas a_n !

Il existe donc une accélération normale même à vitesse constante. Dans le rond point on ressent donc la force d'inertie (appelée par abus de langage « force centrifuge ») qui vaut $\vec{F}_i = -m \cdot \vec{a}_n$

Remarque : c'est ce principe qui est utilisé pour les entraînements des pilotes de chasse. [Cliquer sur ce lien](#)

C'est à vous... !

Déterminer la résultante des forces sur l'axe de rotation
($\omega = 10 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$)



Réponses aux questions aux quelles nous n'avons pas répondu :

Question sociétale de début du présent document :

Avion qui atterri à St Martin :